Министерство образования и науки
Забайкальского края
Государственное профессиональное образовательное учреждение
«Приаргунский государственный колледж»

Методические указания
для обучающихся
по выполнению практических работ
по дисциплине
по ОУД.07 Математика
по профессии 43.01.09 «Повар, кондитер»

Приаргунск 2021 г

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации для обучающихся по выполнению практических работ предназначены для проверки результатов освоения дисциплины ОУД.03. «Математика» для профессии 43.01.09. «Повар, кондитер»

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний. Практические задания выполняются обучающимися самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. К практическому занятию от обучающегося требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием. Список литературы и вопросы, необходимые при подготовке, обучающийся получает перед занятием из методических рекомендаций к практическому занятию.

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой. Зачет по каждой практической работе обучающийся получает после её выполнения и предоставления в печатном или электронном виде, оформленного отчета в котором указывает полученные знания и умения в ходе выполнения практической работы.

Практические занятия, как правило, проводят в конце изучения темы с целью закрепления, конкретизации знаний, формирования практических умений и совершенствования уже имеющихся умений учащихся.

Каждая работа содержит подробное описание (цель работы, оборудование, порядок выполнения и оформления работы), что поможет учащимся грамотно организовать свою работу, правильно оформить результаты. Такая структура оформления работы приучает учащихся к аккуратности, четкости и грамотному изложению материала.

Критерии оценки;

Вся работа обучающихся оценивается по пятибалльной оценке, которая выставляется в журнал теоретического обучения: 5 («отлично»), 4 («хорошо»), 3 («удовлетворительно»), 2 («неудовлетворительно»).

Оценка 5 («отлично»)- ставится, если работа выполнена на 100%,

4 («хорошо»)- ставится, если работа выполнена на 80%

3 («удовлетворительно»)- ставится, если работа выполнена на 50%

2 («неудовлетворительно»)- ставится, если выполнено менее 50% всей работы.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Наименование	Кол-во часов
1	Практическая работа №1. Арифметический корень натуральной степени. Степень с рациональным показателем. Степенная функция.Решение иррациональных уравнений.	12
2	Практическая работа №2. Параллельность прямых и плоскостей.	6
3	Практическая работа №3. Показательная функция, решение показательных уравнений, неравенств и систем.	6
4	Практическая работа №4.Решение задач по теме: «Перпендикуляр и наклонная».	6
5	Практическая работа №5. Логарифмическая функция, решение логарифмических уравнений, неравенств и систем.	6
6	Практическая работа №6.Многогранники.Площадь поверхности и объём многогранников.	12
7	Практическая работа №7. Тела вращения	14
8	Практическаяработа№8. Тригонометрические функции. Графики тригонометрических функций. Решение уравнений и неравенств.	12
9	Практическая работа №9. Производная и её применение	8
10	Практическая работа №10.Вычисление первообразных. Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления площади фигур.	9
11	Практическая работа №11. Элементы комбинаторики и основы теории вероятностей.	2
	ИТОГО	**93**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа №1. Арифметический корень натуральной степени. Степень с рациональным показателем. Степенная функция. Решение иррациональных уравнений.

Цель: использование навыка работы с корнями, степенями. Отработка навыка решения иррациональных уравнений.

Теоретическая часть

Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называют иррациональными.

Методы решения иррациональных уравнений, как правило, основаны на возможности замены (с помощью некоторых преобразований) иррационального уравнения рациональным уравнением, которое либо эквивалентно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием. Чаще всего обе части уравнения возводят в одну и ту же степень. При этом получается уравнение, являющееся следствием исходного.

При решении иррациональных уравнений необходимо учитывать следующее:

1) если показатель корня - четное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательно; при этом значение корня также является неотрицательным (определение корня с четным показателем степени);

2) если показатель корня - нечетное число, то подкоренное выражение может быть любым действительным числом; в этом случае знак корня совпадает со знаком подкоренного выражения.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{x^2-3}=1$

Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат.

$x^2 - 3 = 1$;

Перенесем -3 из левой части уравнения в правую и выполним приведение подобных слагаемых.

$x^2 = 4$;

Полученное неполное квадратное уравнение имеет два корня-2 и 2.

Произведем проверку полученных корней, для этого произведем подстановку значений переменной x в исходное уравнение.

Проверка.

При $x_1 = -2$ $\sqrt{(-2)^2-3}=1$ - истинно:

При $x_2 = -2$ $\sqrt{2^2-3}=1$ - истинно.

Отсюдаследует, что исходное иррациональное уравнениеимеет двакорня -2 и 2.

Задания для самостоятельного решения.

I вариант	**II вариант**
Первый уровень	
1. Вычислить	
а) $\sqrt[3]{50}\cdot\sqrt[3]{20}$	а) $\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[4]{3}$
б) $3^4\cdot3^{-13}\cdot3^{-5}\cdot3^{11}$	б) $2^{-1}+(-3)^{-3}$
в) $64^{\frac{1}{2}}$; $2\cdot 125^{-\frac{1}{3}}$	в) $81^{\frac{3}{4}}$; $(2^{-\frac{1}{7}})^7$

г) $8^{\frac{2}{3}}$	г) $4^{0,5}$
2. Решите уравнения	
А) $\sqrt{x} = 4$	А) $\sqrt{x} = 7$
Б) $\sqrt{x+1} = 3$	Б) $\sqrt{3x-10} = 9$
В) $\sqrt{x^2+x-2} = 2$	В) $\sqrt{x^2+3x+5} = 3$
Г) $\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$	Г) $\sqrt{5x-1} = \sqrt{3x+19}$
Второй уровень	
3. Решите уравнения	
А) x+1 = $\sqrt{8-4x}$	А) $\sqrt{-3x-x^2} = 9$
Б) $\sqrt{6-x} = x$	Б) $\sqrt{2x+3} = x$

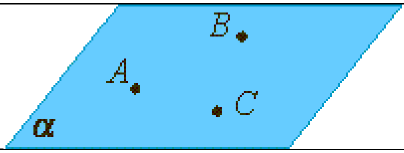
Иррациональные уравнения **1 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{48-4x} = 6$ 2. $\sqrt[3]{x+1} = 2$ 3. $\sqrt{\frac{7x+41}{17}} = 3$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-6-5x} = -x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения** **2 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{4x+57} =$ 2. $\sqrt[3]{x-9} = 6$ 3. $\sqrt{\frac{5}{8-4x}} = \frac{1}{10}$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{7-6x} = x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения** **3 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{55-3x} = 5$ 2. $\sqrt[3]{x+4} = 7$ 3. $\sqrt{\frac{2x+20}{15}} = 4$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-4-5x} = -x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
Иррациональные уравнения **4 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{6x+31} = 7$ 2. $\sqrt[3]{x-4} = 2$ 3. $\sqrt{\frac{4}{9-x}} = \frac{1}{5}.$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{6-5x} = x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения** **5 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{23-7x} =$ 2. $\sqrt[3]{x+10} = 5$ 3. $\sqrt{\frac{2x+51}{15}} =$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{6-5x} = -x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них	**Иррациональные уравнения** **6 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{3x+27} = 6$ 2. $\sqrt[3]{x-1} = 5$ 3. $\sqrt{\frac{3}{11-4x}} = \frac{1}{7}$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{14-5x} = x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Иррациональные уравнения 7 вариант Решите уравнения: 1. $\sqrt{13-2x} = 3$ 2. $\sqrt[3]{x+3}=4$ 3. $\sqrt{\frac{4x+60}{7}} = 1$. 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-3-4x}=-x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения 8 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{2x+51} =$ 2. $\sqrt[3]{x-9}=9$ 3. $\sqrt{\frac{1}{10-3x}}=\frac{1}{4}$. 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{5-4x}=x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них	**Иррациональные уравнения 9 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{42-3x} = 3$ 2. $\sqrt[3]{x+6}=2$ 3. $\sqrt{\frac{5x+48}{7}} = 7$. 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{21-4x}=-x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
Иррациональные уравнения 10 вариант Решите уравнения: 1. $\sqrt{3x+37} = 1$ 2. $\sqrt[3]{x-5}=7$ 3. $\sqrt{\frac{5}{10-x}}=\frac{1}{2}.$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{32-4x}=x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения 11 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{52-6x} =$ 2. $\sqrt[3]{x+8}=2$ 3. $\sqrt{\frac{3x+26}{20}} =$. 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{10-3x}=-x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.	**Иррациональные уравнения 12 вариант** Решите уравнения: 1. $\sqrt{5x+24} = 1$ 2. $\sqrt[3]{x-7}=3$ 3. $\sqrt{\frac{2}{16-7x}}=\frac{1}{8}.$ 4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{28-3x}=x.$ Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них

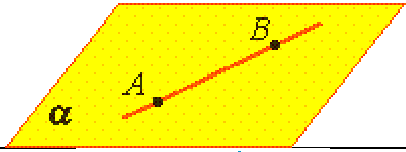
Практическая работа №2. Параллельность прямых и плоскостей.
Цель:Проверка усвоения изученного материала

Теоретическая часть.

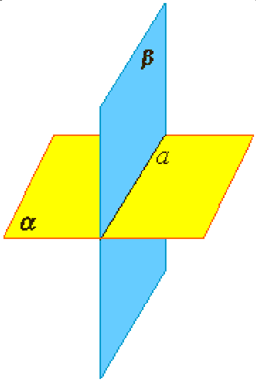
Аксиома 1.
Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



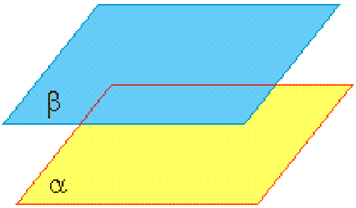
Аксиома 2.
Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости. (Прямая лежит на плоскости или плоскость проходит через прямую).



Аксиома 3.
Если две различные плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.
В таком случае говорят, плоскости пересекаются по прямой.
Пример: пересечение двух смежных стен, стены и потолка комнаты.



Параллельные прямые в пространстве



Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Параллельность прямой и плоскости

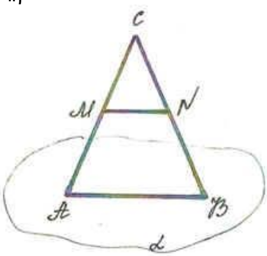
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Примеры решения задач

1). Задача 1

Параллельность плоскостей

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются, т.е. не имеют ни одной общей точки. α‖β.



Дано:
Δ ABC,
AB ∈ α, C ∉ α,
AM = MC,
CN = NB.

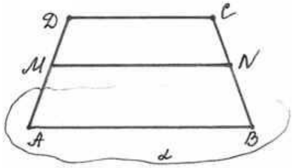
Доказать: MN‖α.

Доказательство

MN - средняя линия треугольника ABC, значит MN || AB, AB ∈ a .

Таким образом, MN || a (по признаку параллельности прямой и плоскости).

Задача 2



Дано:

ABCD - трапеция,

AB∈ α, CD ∉ α,

AM=MD, CN=NB.

Доказать: MN || α.

Доказательство

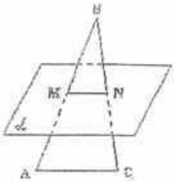
MN - средняя линия трапеции ABCD, значит MN || AB; AB ∈ a (по условию).

Таким образом, MN || a (по признаку параллельности прямой и плоскости).

Задача 3.

Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости a , а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.

Перед решением данной задачи необходимо вспомнить признаки подобия треугольников.



Дано:

Δ ABC, AC || α,

AB ∩ α = M,

BC ∩ α = N.

Доказать: Δ ABC подобен Δ MBN

Доказательство

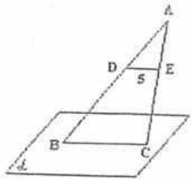
1. По утверждению 1° : MN || AC. Тогда угол A = углу BMN (как односторонние при параллельных прямых).

2. угол B - общий.

3. Таким образом, по двум углам треугольник ABC подобен треугольнику MBN.

Задача 4.

На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что OE = 5 см и BD = 2/3. Плоскость a проходит через точки B и C и параллельна отрезку OE. Найдите длину отрезка BC.



Дано:

Δ ABC,

D∈AB, E∈AC,

BC∈α, α || DE,

DE = 5 см, BD / DA = 2/3.

Найти: BC.

Решение:

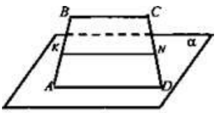
Из условия задачи № 26: треугольник ABC подобен треугольнику ADE.

Тогда$\frac{AB}{АД} = \frac{BC}{ДЕ},\frac{5}{3} =\frac{x}{5}$, $x = \frac{25}{3}$, $x = 8\frac{1}{3}$

Ответ: $x = 8\frac{1}{3}$

Задача 5.

Через основание AD трапеции ABCD проведена плоскость α. BC ≠ α. Докажите, что прямая, проходящая через середины сторон AB и CD, параллельна плоскости α.

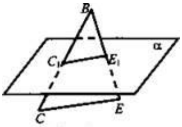


Дано: ABCD - трапеция; AD ∈ α,
CB ≠ α; AK = KB, CN = ND.
Доказать: KN || α.
Доказательство:
1. KN - средняя линия трапеции, значит KN || AD.

2. $\left.\begin{array}{l} KN \parallel AD \\ AD \in \alpha \end{array}\right| \Rightarrow KN \parallel \alpha$ (по теореме о параллельности прямой и плоскости).

Задача 6.

Дан ΔBCE. Плоскость, параллельная прямой CE, пересекает BE в точкеE_1, а BC - в точке C_1. Найдите BC_1, если$\frac{C_1B_1}{CE} = \frac{3}{8}$, BC = 28 см.



Дано

$$\Delta BCE, \quad \alpha \parallel CE, \quad BE \cap \alpha = E_1;$$
$$BC \cap \alpha = C_1; \quad C_1E_1 : CE = 3 : 8, \quad BC = 28 \text{ см.}$$

Найти: BC_1.
Решение:

1. $\left.\begin{array}{l} C_1E_1 \in \alpha \\ CE \parallel \alpha \end{array}\right| \Rightarrow C_1E_1 \parallel CE.$

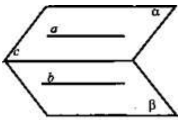
2. $\Delta BC_1E_1 \sim \Delta BCE$ (по двум углам);

$$\frac{BC_1}{BC} = \frac{C_1E_1}{CE}; \quad BC_1 = \frac{BC \cdot C_1E_1}{CE}; \quad BC_1 = \frac{28 \cdot 3}{8}; BC_1 = \frac{21}{2} = 10{,}5.$$

Ответ: 10,5 см.

Задача 7.

Доказать, что если через каждую их двух параллельных прямых проведена плоскость, причем эти плоскости пересекаются, то линия их пересечения параллельна каждой из данных прямых.



Дано: $a \parallel b, a \in \alpha, b \in \beta, \alpha \cap \beta = c$.
Доказать: a || c, b || c.

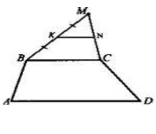
Доказательство:

1. $\left.\begin{array}{l} a \parallel b \\ b \in \beta \end{array}\right| \Rightarrow a \parallel \beta$ по признаку.

2. $\left.\begin{array}{l} a \parallel b \\ b \in \beta \\ \alpha \cap \beta \end{array}\right| \Rightarrow a \parallel c.$

3. Аналогично b || c.

Задача 8.



Дано: ABCD - трапеция, BC = 12 см,
M ∈ (ABC), BK = KM

Доказать:(ADK) ∩ MC = N.
Найти: KN.

Решение:

1. $\left.\begin{array}{l} AD \parallel BC \\ BC \in (BMC) \end{array}\right| \Rightarrow AD \parallel (BMC).$

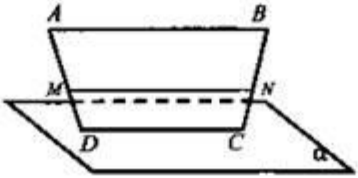
2. $\left.\begin{array}{l} AD \parallel (BMC) \\ AD \in (AKD) \\ (BMC) \cap (AKD) = KH \end{array}\right| \Rightarrow AD \parallel KH.$

3. $AD \parallel BC,\ AD \parallel KH \Rightarrow KH \parallel BC.$

4. $BK = KH,\ KH \parallel BC \Rightarrow CH = HM,$

следовательно KN - средняя линия ΔBMC. KN = 6 см.

Задача 9.



Дано: ABCD - трапеция,
AB || α, C ∈ α.
Доказать: CD ∩ α; MN || α,
где MN - средняя линия трапеции.

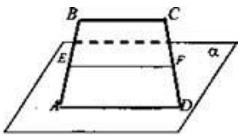
Доказательство:

1. Пусть CD ∉ α, тогда CD ∩ α = C,

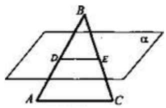
$\left.\begin{array}{l} CD \cap \alpha \\ AB \cap CD \end{array}\right| \Rightarrow$ по лемме AB ∩ α. Но AB || α — это противоречие, значит, CD ∈ α.

$\left.\begin{array}{l} MN \parallel DC \\ CD \in \alpha \end{array}\right| \Rightarrow$ MN || α(по признаку).

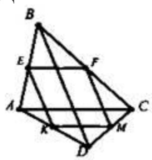
Задания для самостоятельной работы.



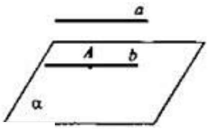
Дано: ABCD - трапеция;
AD ∈ α, AE = EB, CF = FD
Доказать: EF || α.



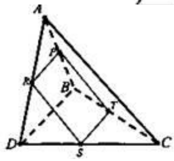
2.**Дано**: ΔABC, AC ∈ α,
AD = DB, BE = EC (рис. 9).
Доказать: DE || α



3. **Дано:** A, B, C, D; B ∉ (ACD). E, F, M, K- середины сторон AB, BC, CD, AD; AC= 6 см, BD = 8 см (рис. 10).
Доказать: EFMK - параллелограмм.
Найти:P_{EFMK}.

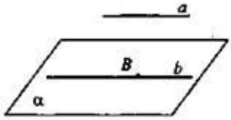


4. **Дано:** $A \in \alpha,\ a \parallel \alpha;\ A \in b,\ b \parallel \alpha$
Доказать: b ∈ α.

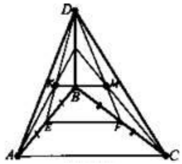


5. **Дано:** A ∉ (BCD); AR = RD,
AP = PB, BT = TC, DS = SC;
BD = 6 см, PPRST =14 см.
Доказать: PRST - параллелограмм.

Найти: AC.



6. **Дано**: a || b, B ∈ b, B ∈ α, a || α.
Доказать: b ∈ α.



7. **Дано:** A, B, C, D; D ∉ (ABC), K, M - точки пересечения медиан треугольников, ΔABD и ΔBCD, KM = 6 см.
Доказать:KM || AC.
Найти: AC.
Ответ: 18 см

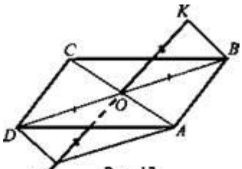
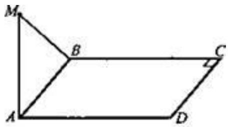
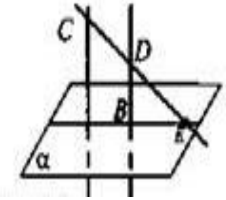


Рис. 17

8. **Дано**: ABCD - параллелограмм. O - точка пересечения диагоналей AC и BD; (KM) ∩ (ABCD) = O; KO = OM (рис. 17).
Доказать: KB || (AMD).



9. Дано: ABCD - прямоугольник; M ∉ (ABCD).
Доказать: CD || (ABM).



10.**Дано**: AC || BD, AC ∩ α = A; BD ∩ α = B. AC =8см , BD =6 см, AB = 4 см.
Доказать: CD ∩ α = E.
Найти: BE.

Ответ: BE = 12 см.

Тест «Аксиомы стереометрии» **Вариант 1** 1.Верно ли: любые три точки лежат в одной плоскости. 2.Вставьте пропущенные слова:Единственную плоскость можно задать через три точки, при этом они … на одной прямой. 3.Пересечением двух плоскостей является А) точка Б) прямая В) отрезок	**Тест «Аксиомы стереометрии»** **Вариант 2** 1.Верно ли: любые четыре точки лежат в одной плоскости. 2.Вставьте пропущенные слова:Если … точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит плоскости. 3.Какие из перечисленных фигур задают единственную плоскость в пространстве? А) две параллельные прямые Б) две скрещивающиеся прямые В) три точки

Тест «Аксиомы стереометрии» **Вариант 3** 1.Верно ли: любые четыре точки не лежат в одной плоскости. 2.Вставьте пропущенные слова:Две различные плоскости могут иметь только одну общую … 3.Сколько должно быть общих точек у прямой с плоскостью, чтобы она лежала в этой плоскости? А) одна Б) две В) три	**Тест «Аксиомы стереометрии»** **Вариант 4** 1. Верно ли: если прямая пересекает 2 стороны треугольника, то она лежит в плоскости треугольника. 2.Вставьте пропущенные слова:две прямые,параллельные некоторой … , могут пересекаться. 3.Сколько плоскостей задают две пересекающиеся прямые? А) одну плоскость Б) две плоскости В) бесконечно много плоскостей
Тест «Аксиомы стереометрии» **Вариант 5** 1. Верно ли: пять точек не лежат в одной плоскости. Могут ли какие-нибудь четыре из них лежать на одной прямой? 2.Вставьте пропущенные слова: две прямые, параллельные некоторой … , параллельны. 3.Через какие из перечисленных фигуры можно провести единственную плоскость? А) Через три точки Б) Через прямую и не лежащую на ней точку В) Через отрезок	**Тест «Аксиомы стереометрии»** **Вариант 6** 1. Верно ли: через середины сторон квадрата проведена плоскость. Совпадает ли она с плоскостью квадрата? 2.Вставьте пропущенные слова: две прямые, параллельные некоторой … , могут пересекаться. 3. Две прямые пересекаются. Что это значит? А) Они имеют две общие точки. Б) Они имеют одну общую точку. В) Они лежат в одной плоскости.

***Практическая работа* №3.** Показательная функция, решение уравнений, неравенств и систем.

Цель:закрепить умения решения показательных уравнений , неравенств и систем.

Теоретическая часть.

Что такое показательная функция?

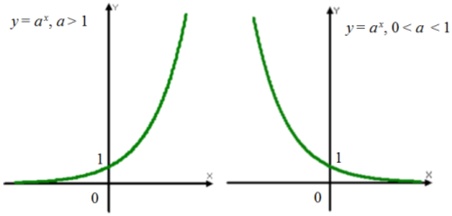
Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, называют *показательной функцией*.

Основные *свойства показательной функции* $y = a^x$:

Свойство	$a > 1$	$0 < a < 1$
Область определения	$D(f) = (-\infty; +\infty)$	$D(f) = (-\infty; +\infty)$
Область значений	$E(f) = (0; +\infty)$	$E(f) = (0; +\infty)$
Монотонность	Возрастает	Убывает
Непрерывность	Непрерывная	Непрерывная

График показательной функции

Графиком показательной функции является *экспонента*:



Задание1: Решение *показательных уравнений.*

$a^x = b$ - простейшее показательное уравнение. В нем **a** больше нуля и **a** не равняется единице.

Показательными называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней.

Для решения *показательных уравнений* требуется знать и уметь использовать следующую теорему: **Теорема 1.** Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Помимо этого, полезно помнить об основных формулах и действиях со степенями:

$$a > 0,\, b > 0:$$
$$a^0 = 1, 1^x = 1;$$
$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}\ (k \in Z,\, n \in N);$$
$$a^{-x} = \frac{1}{a^x};$$
$$a^x \cdot a^y = a^{x+y};$$
$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y};$$
$$(a^x)^y = a^{xy};$$
$$a^x \cdot b^x = (ab)^x;$$
$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x.$$

Пример 1. Решите уравнение:

$5^{(x^2-2x-1)} = 25.$

Представим 25 как 5^2, получим:

$5^{(x^2-2x-1)} = 5^2.$

Или что равносильно :

$x^2 - 2x - 1 = 2.$

Решаем полученное квадратное уравнение любым из известных способов.

Получаем два корня x = 3 и x = -1.

Ответ: 3;-1.

Пример 2. Решите уравнение:

$$2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0.$$

Решение: используем приведенные выше формулы и подстановку:

$$t = 2^x.$$

Уравнение тогда принимает вид:

$$2t^2 - 5t - 88 = 0.$$

Дискриминант полученного квадратного уравнения положителен:

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-88) = 729 = 27^2 > 0.$$

Это означает, что данное уравнение имеет два корня. Находим их:

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{729}}{2 \cdot 2} = 8, \\ t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{729}}{2 \cdot 2} = -5,5. \end{array}\right.$$

Переходя к обратной подстановке, получаем:

$$\left[\begin{array}{l} 2^x = 8, \\ 2^x = -5,5. \end{array}\right.$$

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строго положительна на всей области определения. Решаем второе:

$$2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3.$$

С учетом сказанного в теореме 1: $x = 3$. Это и будет являться ответом к заданию.

Ответ: $x = 3$.

Пример 3. Решите уравнение:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$$

Решение: обе части исходного уравнения можно поделить на $\left(\frac{1}{5}\right)^x$. Данный переход будет являться равносильным, поскольку это выражение больше нуля при любом значении x (показательная функция строго положительна на своей области определения). Тогда уравнение принимает вид:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ: $x = 0$.

Пример 4. Решите уравнение:

$4^x - 5*2^x + 4 = 0$. Сделаем замену: $t=2^x$ и получим следующее квадратное уравнение:

$t^2 - 5t + 4 = 0$.

Решаем это уравнение любым из известных способов. Получаем корни $t_1 = 1, t_2 = 4$

Теперь решаем уравнения $2^x = 1$ и $2^x = 4$.

Ответ: 0;2.

Пример 5. Решите уравнение:

$3^{(X^2-X-1)}=81$

Решение.

Заметим, что $81=3^4$

$3^{(x^2-x-1)}=3^4$

Приравниваем показатели:

$x^2-x-2=4$

$x^2-x-6=0$

Получили квадратное уравнение:

D=1+24=25, D>0, следовательно, уравнение имеет два действительных корня

$x_1=\frac{1+5}{2}=3$

$x_2=\frac{1-5}{2}=-2$

Ответ: **x=3 и x=-2**

Главное в показательных уравнениях - свести левую и правую часть уравнения к общему основанию:

Задания для самостоятельной работы

1) $27^{1-x} = \frac{1}{81}$

2) $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$

3) $3^{x+2} - 5 \times 3^x = 36$

4) $36 \times 216^{3x+1} = 1$

5) $49^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

6) $9 \times 81^{1-2x} = 27^{2-x}$

7) $7^{x+2} - 14 \times 7^x = 5$

8) $2^{x+4} - 2^x = 120$

9) $10 \times 5^{x-1} + 5^{x+1} = 7$

10) $7^x - \left(\frac{1}{7}\right)^{1-x} = 6$

11) $4 \times 3^{x+2} + 5 \times 3^{x+1} - 6 \times 3^x = 5$

12) $4^{5x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-4x}$

13) $3^{x+2} + 3^x = 810$

14) $9^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{2-x}$

15) $128 * 16^{2x+1} = 8^{3-2x}$

16) $2^{7-5x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+1} = 0$

17) $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+1} = 36^{x-1}$

18) $2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \times 2^x = 48$

19) $243 \times \left(\frac{1}{81}\right)^{3x-2} = 27^{x+3}$

20) $16 \times 8^{2+3x} = 1$

21) $2 \times 5^{x+2} - 10 \times 5^x = 8$

22) $25^{1-3x} = \frac{1}{125}$

23) $16^{5-3x} = 0{,}125^{5x-6}$

24) $9^x - 3^{x+1} = 54$

25) $9^x + 8 \times 3^x = 9$

26) $2^{2x+1} - 7 \times 2^x + 3 = 0$

27) $3^{2x+1} - 8 \times 3^x = 3$

28) $9^x - 5 \times 3^{x+1} + 54 = 0$

29) $2^{2x+1} + 7 \times 2^x = 4$

30) $4^x - 3 \times 2^x = 4$

Задание 2:Решение показательных неравенств

Показательными называются неравенства, в которых неизвестная переменная содержится только в показателях каких-либо степеней.

Для решения *показательных неравенств* требуется знание следующей теоремы:

Теорема 2. Если $a > 1$, то неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$. Если$0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

Решение простейших показательных неравенств основывается тоже на свойствах возрастания и убывания функции. Если в показательной функции основание а больше единицы, то функция будет возрастающей на всей области определения. Если в показательной функции для основания **а** выполнено следующее условие **0<a<1**, то данная функция будет убывающей на всем множестве вещественных чисел.

1. Решить неравенство:$0{,}5^{(7-3x)} < 4$.

Заметим, что $4 = 0{,}5^{-2}$. Тогда неравенство примет вид $0{,}5^{(7-3X)}<0{,}5^{-2}$. Основание показательной функции 0.5 меньше единицы, следовательно, она убывает. В этом случае надо поменять знак неравенства.

Получим: 7 - 3x>-2.

Отсюда: x<3.

Ответ: x<3.

Если бы в неравенстве основание было больше единицы, то при избавлении от основания, знак неравенства менять было бы не нужно.

Задания для самостоятельной работы.

Решение неравенств

$$8^{2x+1} > 0{,}125$$

1) $100^{2x+1} < 0{,}1$
2) $\frac{1}{27} \leq 3^{2-x} < 27$
3) $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$
4) $5^{x+4} \geq 0{,}2$
5) $5^{x+4} \leq 125$
6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+3x} < 8^{x-1}$
7) $7^{x-3} \geq 1$
8) $7^{x-3} < 49$
9) $\frac{1}{6} < 6^{3-x} \leq 36$
10) $8 \times 2^{x-1} - 2^x > 48$
11) $2^{x+1} + \frac{1}{2} \times 2^x < 5$
12) $9 \times 3^{x-1} + 3^x < 36$
13) $\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > 9^{2x-1}$
14) $5^{2-x} \geq 0{,}04$
15) $10^{2x+3} > 0{,}001$
16) $32^{2x+3} < 0{,}25$

18). $3^{x-3} + \frac{1}{3} \times 3^x > 10$

Задание 3:Решение показательных систем уравнений и неравенств

Задания № 240-245 страница 84-85 Алгебра и начала анализа Ш.А.Алимов

Практическая работа №4.Решить задачи по теме: «Перпендикуляр и наклонная».

Цель: выработать умения и навыки по решению задач по теме «Перпендикуляр и наклонная»

1. Проверка усвоения пройденного материала.

1. Дайте определение прямой, перпендикулярной плоскости.

2. Какая прямая называется наклонной к плоскости?

3. Что называется проекцией наклонной на плоскость?

4. Как формулируется теорема о трех перпендикулярах?

5.Как определяется угол между прямой и плоскостью?

2.Теоретический тест

1.Закончите предложение:

1) две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если … (угол между ними равен …………)

2)прямая называется перпендикулярной к плоскости, если … (она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости)

3) прямая перпендикулярна плоскости, если она … (перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости – признак перпендикулярности прямой и плоскости)

4) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они … (параллельны)

5) если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она … (перпендикулярна и другой прямой)

6) расстоянием от точки до плоскости называется … (длина перпендикуляра, проведенного из точки на плоскость)

7) прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, … (перпендикулярна и к самой наклонной)

8) углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней, называется … (угол между прямой и ее проекцией на плоскость)

9) двугранным углом называется фигура, образованная … (прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a, не принадлежащими одной плоскости)

10) две пересекающие плоскости называются перпендикулярными, если … (угол между ними равен……..)

11) плоскости перпендикулярны, если одна из двух плоскостей проходит через прямую, … (перпендикулярную другой плоскости)

12) параллелепипед называется прямоугольным, если … (его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники)

13) квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен … (сумме квадратов трех его измерений)

3.Решить задачи

Вариант 1

1). Точка A не лежит в плоскости, а точка E - принадлежит этой плоскости. AE = 13 см, проекция этого отрезка на плоскость равна 5см. Каково расстояние от точки A до данной плоскости?

2). Равнобедренный треугольник ABE находится в плоскости α. Боковые стороны треугольника ABE равны по 10 см, а сторона основания AE=16 см. К этой плоскости проведены перпендикуляр CB, который равен 6 см, и наклонные CA и CE. Вычислите расстояние от точки C до стороны треугольника AE.

3). Через вершину A прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C проведена прямая AD, перпендикулярная к плоскости треугольника, а) Докажите, что треугольник CBD прямоугольный, б) Найдите BD, если BC = 4, DC =6.

Вариант 2

1). Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. $P \in a$, точка R - проекция точки P на плоскость β. PR=7 см. Найди PC.

2). Прямоугольный треугольник MBE (∢M=90°) находится в плоскости α. BE=13 см, а ME=12 см. К этой плоскости проведён перпендикуляр CB длиной 7 см. Вычисли расстояние от точки C до стороны треугольника ME.

3). Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB =AC = 5 см, BC= 6 см, AD = 12 см. Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

Вариант 3

1). К плоскости α проведена наклонная, длина которой равна 10 см, проекция наклонной равна 6 см. На каком расстоянии от плоскости находится точка, из которой проведена наклонная?

2).Точка K расположена врасстоянии 8 см отплоскости прямоугольника ABCD и в равных расстояниях от вершин прямоугольника.

Рассчитай, на каком расстоянии от вершин прямоугольника расположена точка K, если длина сторон прямоугольника 24 cm и 18 cm.

3) Через вершину А прямоугольника ABCD проведена прямая AK, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что KD = 6 см, KB = 7 см, KC=9 см. Найдите: а) расстояние от точки K до плоскости прямоугольника ABCD;

Вариант 4

1) К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 18 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.

2) Расстояние от точки G до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 12 см. Найдите расстояние от точки G до плоскости ABC, если AB = 9 см.

3) Прямая OK перпендикулярна к плоскости ромба ABCD, диагонали которого пересекаются в точке O. Найдите это расстояние, если OK = 4,5 дм, AC = 6 дм, BD = 8 дм.

Практическая работа №5 Логарифмическая функция, решение логарифмических уравнений, неравенств и систем.

Цель: Закрепить знания решения логарифмических уравнений, неравенств и систем.

Определение:

Логарифмом числа a по основанию b называется показатель степени, в который нужно возвести b, чтобы получить a.

$$\log_b a = x \qquad b^x = a$$
$$(a > 0, \qquad b > 0, \qquad b \neq 1)$$

Основное логарифмическое тождество:

$$\boldsymbol{b^{\log_b a} = a}$$

Например:

$\log_3 9 = 2$, так как $3^2 = 9$

Свойства логарифмов:

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Частные случаи логарифмов:

$\ln x = \log_e x -$ *натуральный*

$\lg x = \log_{10} x -$ *десятичный*

Примеры решения

1. Найдите корень уравнения: $\log_3(4 - x) = 4$

Используем основное логарифмическое тождество.

Так как $\log_в a = x$ $b^x = a$, то

$3^4 = 4 – x$

$81 = 4 - x$

$x = 4 – 81$

$x = – 77$

Проверка:

$\log_3\big(4 - (-77)\big) = 4$

$\log_3 81 = 4$

$3^4 = 81$ Верно.

Ответ: – 77

2. Найдите корень уравнения $\log_3(14 - x) = \log_3 5$.

Решение:

Имеет место следующее свойство: если в левой и правой частях уравнения имеем логарифмы с одинаковым основанием, то можем приравнять выражения, стоящие под знаками логарифмов.

Если $\log_c a = \log_c в$, то $a = b$

$14 – x = 5$

$x = 9$

Сделайте проверку.

Ответ: 9

3. Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 2\log_2 5$.

Преобразуем правую часть.воспользуемся свойством:

$\log_a в^m = m\log_a в$

$\log_2(4 - x) = \log_2 5^2$

$4 – x = 5^2$

$4 – x = 25$

$x = – 21$

Сделайте проверку.

Ответ: – 21

Задания для самостоятельной работы.

Найдите корень уравнения:

$\log_5(5-x) = 2\log_5 5^3$
$\log_5(x^2+4x)=\log_5(x^2+11)$
$\log_5(x^2+4x) =\log_5(x^2+10)$
$\log_2(2-x) =\log_2(2-3x) +1.$
$\log_5(5-x) = \log_5 3.$
$\log_4(x+3) = \log_4(4x-15).$
$\log_{\frac{1}{8}}(13-x) = -2.$
$\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$
$\log_2(4-x) = 7$
$\log_5(4+x) = 2$

Задание2: Решение логарифмических неравенств.

Неравенства вида$\log_a x > b$ ($\log_a x < b$) или $\log_a x \geq b$ ($\log_a x \leq b$), где $a>0$, $a\neq 1$, называются простейшими логарифмическими неравенствами.

Решение логарифмических неравенств основано на строгой монотонности логарифмической функции. Известно, что

1.при основании, большем единицы, логарифмическая функция возрастает, знак неравенства сохраняется.

2.при положительном основании, меньшем единицы, логарифмическая функция убывает, знак неравенства изменяется.

Решить неравенства:

1.$\mathbf{\log_2}(x+\mathbf{3}) \geq 3.$

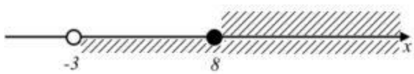
Для начала найдём область определения:

$$D(y): x+3>0.$$
$$x>-3$$
$$x\in(-3;+\infty)$$

Основание логарифма равно 2>1, поэтому знак не меняется. Пользуясь определением логарифма, получим:

$$x+3 \geq 2^3,$$
$$x+3\geq 8,$$
$$x\geq 5,$$
$$x\in[5;+\infty).$$

Соединяя полученное решение с областью определения, получим:



Ответ: $x\in[5;+\infty)$.

2. $\mathbf{\log_{\frac{1}{3}}}(x-\mathbf{2}) \mathbf{>-2.}$

Для начала найдём область определения:

$$D(y): x-2>0.$$
$$x>2$$
$$x\in(2;+\infty)$$

Основание равно 13<1, а, значит, знак неравенства меняется на противоположный. Получаем:

$$x-2<\left(\frac{1}{3}\right)^{-2},$$
$$x-2<9,$$
$$x<11,$$

$x \in (-\infty; 11)$.

Соединяя полученное решение с областью определения, получим:

Ответ: $x \in (2;11)$.

3. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$.

Решение. Так как основание логарифма больше единицы (a=8), то данное неравенство эквивалентно системе:

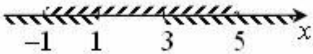
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0, \\ x^2 - 4x + 3 < 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}.$$

Каждое неравенство решим методом интервалов.

$x^2-4x+3=0$ при $x_1=1$, $x_2=3$. Определяя знаки, получим:

$x^2-4x-5=0$ при $x_1 = -1$, $x_2=5$. Определяя знаки, получим

Совмещая промежутки, имеем:



Таким образом, $x \in (-1; 1) \cup (3; 5)$

Ответ: $x \in (-1; 1) \cup (3; 5)$

4. Решить неравенство:

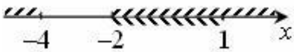
$$\log_{0,2}(x^2 + 6x + 8) > \log_{0,2}(5x + 10).$$

Решение. Основание логарифмической функции меньше 1 (a=0,2). Поэтому, выписывая области определения выражений левой и правой частей неравенства и пользуясь свойством монотонности, получим равносильную систему:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 8 > 0, \\ 5x + 10 > 0, \\ x^2 + 6x + 8 < 5x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)(x+2) > 0, \\ 5x > -10, \\ x^2 + x - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)(x+2) > 0, \\ 5x > -10, \\ (x+2)(x-1) < 0 \end{cases}.$$

Решение неравенств второй степени методом интервалов:

Совмещая промежутки, получим:



Ответ: (-2;1).

Более сложные логарифмические неравенства сводятся к простейшим методами, аналогичными используемым при решении логарифмических уравнений.

5. Решить неравенство:

$$2+\log_2\sqrt{x+1}>1-\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{4-x^2}.$$

Решение. Переходя к основанию 2 в выражении, стоящем в правой части данного неравенства, получим:

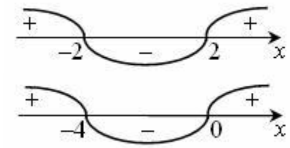
$$1+\log_2\sqrt{x+1}>\log_2\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\log_2 2+\log_2\sqrt{x+1}>\log_2\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\log_2 2\sqrt{x+1}>\log_2\sqrt{4-x^2}$$

Теперь перейдем к равносильной системе:

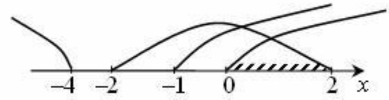
$$\begin{cases}\sqrt{x+1}>0,\\ \sqrt{4-x^2}>0,\\ 2\sqrt{x+1}>\sqrt{4-x^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0,\\ 4-x^2>0,\\ 4(x+1)>4-x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1,\\ x^2-4<0,\\ x^2+4x>0\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1,\\ (x+2)(x-2)<0,\\ x(x+4)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1,\\ -2<x<2\\ \left[\begin{array}{l}x>0,\\ x<-4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<2$$

Решение встречающихся квадратичных неравенств провели методом интервалов:



Совмещая промежутки, получим $0<x<2$.



Ответ: (0; 2).

Задания для самостоятельной работы:

1. $\log_{\frac{1}{2}}x<-1$
2. $\log_3(x-2)>1$
3. $\log_{\frac{1}{3}}x>1$
4. $\log_2(x-3)>5$
5. $\log_2\left(x^2+4x+3\right)>3$
6. $\log_4(x)<2$
7. $-\frac{1}{2}\log_{0,5}(x)-\log_{16}(x-3)\geq 1$
8. $\log_3(x+2)<3$

Задание 3:Решение логарифмических систем уравнений и неравенств

-Задания № 342, 347 страница 106-107 Алгебра и начала анализа Ш.А.Алимов

Практическая работа №6 .Многогранники.Площадь поверхности и объёмы многогранников.

Цели: закрепление понятий: прямоугольный параллелепипед, линейные размеры, диагональ, площадь боковой и полной поверхности призмы; содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям.

Оборудование: модели прямоугольного параллелепипеда, призм, линейки, карандаши, калькулятор.

Теоретическая часть

Призма

Призма — многогранник, две грани которого являются многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммами, имеющими общие стороны с этими многоугольниками.

Виды призм.

- Призма,основаниемкоторой является параллелограмм, называется **параллелепипедом**.
- **Прямая призма** - это призма, у которой боковые ребра перпендикулярны плоскости основания. Другие призмы называются **наклонными**.
- **Правильная призма** - это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник. Боковые грани правильной призмы - равные прямоугольники.

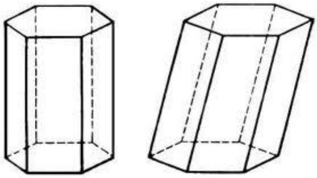


Рис.5. Прямая и наклонная призма

Свойства призмы:

- Основания призмы являются равными многоугольниками.
- Боковые грани призмы являются параллелограммами.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны.

Площадь боковой поверхности прямой призмы: $\mathbf{S_{б.п.} = P \cdot H}$, где Р — периметр основания призмы (сумма всех сторон основания), Н — высота призмы.

Площадь полной поверхности призмы равна сумме площади её боковой поверхности и удвоенной площади основания: $\mathbf{S_{п.п.} = P \cdot H + 2 \cdot S_{осн}}$

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его линейных размеров: $\mathbf{d^2 = a^2 + b^2 + c^2}$**,** где а, в, с - линейныеразмеры прямоугольного параллелепипеда

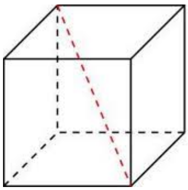


Рис.6. Линейные размеры прямоугольного параллелепипеда

Использование призм: в строительстве, в быту, в технике, в медицине (лечение косоглазия).

Задание к практической работе: по данным вам моделям найти площадь боковой, полной поверхности.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности призмы.

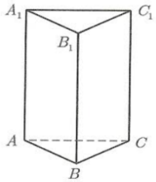
Ход работы

1.Для нахождения площади боковой поверхности призмы нужно измерить линейкой следующие элементы призмы: стороны основания, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади (если призма прямая)

2. Для нахождения площади полной поверхности призмы нужно найти площадь основания призмы (площадь треугольника, прямоугольника, ромба)

Площадь полной поверхности призмы находиться как сумма площадей боковой поверхности и двух оснований.

Оформление работы:



Дано: $ABCC_1B_1A_1$ треугольная призма, прямая, правильная

AB=BC=AC = 5 см, H = 10 см

Найти: $S_{б.п.}$, $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.} = P \bullet H$

P=5+5+5=15, H=10

$S_{б.п.}$= 15•10 = 150 (см^2)

Фóрмула Герона позволяет вычислить площадь треугольника (S) по его сторонам a, в, c:

$S_{осн} = \sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$

где p — полупериметр треугольника: p = (a+в+c):2

p= 15:2 =7,5 $S_{п.п.} = P \bullet H + 2 \bullet S_{осн,} = 150 + 2 \bullet 7{,}7 = 164{,}4$ (см^2)

Ответ: $S_{б.п.}$= 150см^2; $S_{п.п.}$=164,4см^2

3. Выполняют задания для самостоятельной работы (тесты, состоящие из двух вопросов и двух задач).

Задания для самостоятельной работы:

Вариант 1

1. Сколько ребер у шестиугольной призмы?

Ответ: а)18, б)24, в)12.

2.Выберите верное утверждение.

а) призма называется правильной, если ее основания - правильные многоугольники;

б) у треугольной призмы две диагонали;

в) высота призмы равна ее боковому ребру;

3.Задача. Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 2м, 3м, 5м.

4. Задача. Коллекционер заказал аквариум, имеющий форму правильной четырехугольной призмы. Сколько квадратных метров стекла необходимо для изготовления аквариума, если сторона основания 70 см, а высота 60 см?

Вариант 2

1.Сколько граней у шестиугольной призмы?

Ответ: а)6, б)8, в)10

2. Выберите верное утверждение.

а) площадь полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней и основания;

б) у треугольной призмы нет диагоналей;

в) высота прямой призмы равна ее боковому ребру;

3.Задача. Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 3см, 4см, 5см.

4. Задача Необходимо изготовить короб с крышкой для хранения картофеля в форме прямой призмы высотой 0,7 м. В основании призмы лежит прямоугольник со сторонами 0,4 м и 0,6 м. Сколько фанеры понадобиться для изготовления короба?

Вариант 3

1.Сколько граней у четырехугольной призмы?

Ответ: а)6, б)8, в)10

2. Выберите верное утверждение.

а) У n – угольной призмы 2 n ребер;

б) площадь полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней;

в) у треугольной призмы три диагонали;

3.Задача. Сколько необходимо купить листов 8 – волнового шифера размером 1750*1130 мм на покрытие крыши здания длиной 10 м. Фронтон имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 м и катетом 7 м.

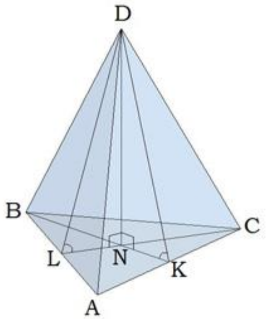
4. Задача. Нужно оклеить обоями комнату, длина которой 6м, ширина 4м, высота 3м, площадь окон и дверей составляет 1/5 всей площади стен. Сколько нужно рулонов обоев для оклейки комнаты, если длина рулона 12 м, а ширина 50 см?

Пирамида

Цели: закрепление понятий: пирамида, площадь боковой и полной поверхности пирамиды; воспитание познавательной активности, показать возможность применения пирамиды в различных областях.

Оборудование: модели пирамид, таблица с формулами $S_{б.п.}$, $S_{п.п.}$, линейки, карандаши, калькулятор.

Пирамида — многогранник, основание которого — многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырёхугольные и т. д.



Элементы пирамиды.

DN – высота пирамиды

DB, DC, DA - боковые ребра — общие стороны боковых граней;

DBA, DAC, DBC - боковые грани — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды

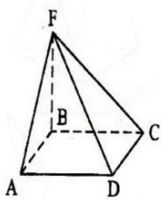
DK, DL - апофема — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины [ℓ];**DN**-высота пирамиды.

Пирамида называется правильной, если основанием её является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

Тогда она обладает такими свойствами:

- боковые ребра правильной пирамиды равны;
- в правильной пирамиде все боковые грани — равные равнобедренные треугольники;

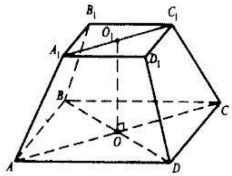
- в любую правильную пирамиду можно как вписать, так и описать около неё сферу;



Прямоугольная пирамида

Пирамида называется прямоугольной, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.

Усечённая пирамида



Усечённой пирамидой называется многогранник, заключённый между основанием пирамиды и секущей плоскостью, параллельной её основанию.

Боковая поверхность — это сумма площадей боковых граней.

Для нахождения боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулу:

$S_{бок} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot l$, где P – периметр основания, ℓ - апофема.

Полная поверхность — это сумма площади боковой поверхности и площади основания.

Для нахождения полной поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулу:

$S_{п.п.} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot l + S_{осн.}$

Задание к практической работе: по данным вам моделям найти площадь боковой, полной поверхности. Выполнить тесты.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности.

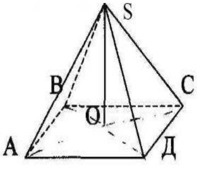
Ход работы

1.Для нахождения площади боковой поверхности пирамиды нужно измерить линейкой следующие элементы: апофему, стороны основания, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения пощади (если пирамида правильная). Если пирамида наклонная, то боковую поверхность находим из суммы площадей граней.

2. Для нахождения площади полной поверхности пирамиды нужно найти площадь основания пирамиды (площадь треугольника, прямоугольника, ромба)

3. Площадь полной поверхности пирамиды находиться как сумма площадей боковой поверхности и основания.

Оформление работы:



Дано: SАВСД – пирамида,
АВСД –прямоугольник.
АВ=3см, ВС= 6см, Н=10см, ℓ_1=10,5см., ℓ_2=10,2см ,
ℓ- апофема.
Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение.

Пирамида неправильная, значит$S_{б.п.}$ находят как сумму площадей ее боковых граней, т.е. площадей треугольников. $S_1 = 1/2 \cdot \ell_1 \cdot AB = 1/2 \cdot 10{,}5 \cdot 3 = 15{,}75$(см^2) - это площадь одной грани, а их две одинаковых, т.е

$S_{1,2} = 15{,}75 \cdot 2 = 31{,}5$(см^2)

S_3=1/2·ℓ$_2$·BC= 1/2·10,2·6=30,6 (см^2), $S_{3,4}$=2·30,6=61,2(см^2)

$S_{б.п.}$= 31,5+61,2 =92,7(см^2)

$S_{осн.}$= AB·BC=3·6=18(см^2), $S_{п.п.}$= $S_{б.п}$+ $S_{осн.}$= 92,7+18=110,7 (см^2)

2. Выполняют тесты, состоящие из трех вопросов и одной задачи.

Задания для самостоятельной работы:

Вариант 1

1. Сколько ребер у шестиугольной пирамиды: а)6; б)12; в)18; г)24;

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида: а)5; б)4 в)10; г)6

3. Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет

а) Многогранник, составленный из n-треугольников, называется пирамидой; б) Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник; в) Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой;

4.Задача. Крыша башни имеет вид правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания равна 12 м, а высота 18 м. Сколько понадобится плиток на покрытие этой крыши, если каждая плитка имеет вид прямоугольника со сторонами 22 см и 18 см.

Вариант 2

1. Сколько граней у шестиугольной пирамиды: а)6; б)7; в)8; г)10;

2. Какое наименьшее число ребер может иметь пирамида: а)6; б)5; в)4; г)7;

3. Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет а) Высота пирамиды называется высотой грани; б) Площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту; в) Пирамида называется правильной, если ее основание – правильный многоугольник;

4.**Задачи**. Одно из самых грандиозных сооружений древности – пирамида Хеопса – имеет форму правильной четырехугольной пирамиды с высотой 150 м и боковым ребром 220 м. Найдите площадь боковой поверхности

Вариант 3

1. Сколько ребер у четырехугольной пирамиды: а)6; б)12; в) 8

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида: а)5; б)4 в)10; г)6

3.Подтвердите или опровергните следующие утверждения: Да ^ нет

а)Существует ли четырехугольная пирамида, у которой противоположные боковые грани перпендикулярны к основанию?

б)Высота пирамиды, это перпендикуляр, проведённый из вершины к основанию.

в)Общая точка боковых граней пирамиды называется вершиной

4.**Задача**. Крыша имеет форму пирамиды с квадратным основанием 4,5 м х 4,5 м и высотой 4 м. Сколько листов железа размером 70 см х 140 см нужно для покрытия крыши, если на отходы нужно добавить 10% площади крыши?

Объем призмы

Цели: закрепление формулы объема призмы в процессе решения задач, активизировать познавательный интерес к предмету; развитие логического мышления.

Оборудование: модели прямоугольного параллелепипеда, призм, линейки, карандаши, калькулятор.

Теоретическая часть

Объём призмы равен произведению её высоты на площадь основания: V = $S_{осн.}$•H , H — высота призмы

Плотность находится по формуле:

$\rho = \frac{m}{V}$, где ***m*** — масса тела**,** ***V*** — его объём;

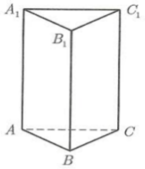
Задание к практической работе: по данным вам моделям найти объем призмы.

Пример: Найти объем призмы.

Ход работы

1.Для нахождения объема призмы нужно измерить линейкой следующие элементы призмы: стороны основания, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения объема (если призма прямая)

Оформление работы:



Дано:
$ABCC_1B_1A_1$ треугольная призма, прямая, правильная
AB=BC=AC = 5 см, H = 10 см
Найти: V

Решение: Формула Герона позволяет вычислить площадь треугольника (S) по его сторонам а, в, с:

$S_{осн} = \sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$

где p — полупериметр треугольника: p = (a+в+c):2

p = 15:2 =7,5

$S_{осн}= \sqrt{7,5(7,5-5)(7,5-5)(7,5-5)}= 7,7$ ($см^2$)

$V = S_{осн.} \cdot H = 7,7 \cdot 10 =108$ ($см^3$)

3. Выполняют задания для самостоятельной работы (тесты, состоящие из двух вопросов и двух задач).

Вариант 1.

1.Выберите верное утверждение:

а) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений на длину диагонали параллелепипеда;

б) равные тела имеют равные объемы;

в) за единицу измерения объемов принимается квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

2. Сколько граней у прямоугольного параллелепипеда?

а) 8, б) 6 , в) 4

3.Задача. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 3 см, 4 см, 5 см.

4.Задача. Сколько нужно рабочих для переноса дубовой балки размером 6,5 м x 30 см x 45 дм? Каждый рабочий может поднять в среднем 80 кг. Плотность дуба 800 кг/$см^3$.

Вариант 2.

1.Выберите верное утверждение:

а) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений;

б) объем куба равен квадрату его ребра;

в) тела, имеющие равные объемы равны;

2. Сколько вершин у прямоугольного параллелепипеда?

а) 8 , б) 4, в) 12

3.Задача. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 4 см, 7 см, 6 см.

4.Задача. Классные помещения должны быть рассчитаны так, чтобы на одного учащегося приходилось не менее 6 $м^3$ воздуха. Можно ли в класс, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с измерениями 8,3 м x 6,25 м x 3,6 м вместить 30 человек, не нарушая санитарной нормы?

Вариант 3

1.Выберите неверное утверждение:

а) объем куба равен кубу его ребра;

б) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту;

в) если тело составлено из нескольких тел, имеющих общие внутренние точки, то его объем равен сумме объемов этих тел;

2. Сколько ребер у прямоугольного параллелепипеда ?

а) 8, б) 6, в) 12.

3.Задача. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда по трём его измерениям, равным 4 см, 3см, 8 см

4.Задача. Строительный кирпич имеет размеры 25 см х 12 см х 6 см. Найдите объем стены, выложенной из 1000 кирпичей. Учтите, что раствор увеличивает объем на 15%

Практическая работа №7 *.Тела вращения.*

Цель:*Закрепить изученный материал в ходе решения задач.*

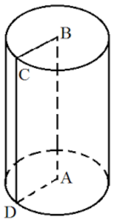
Задание № 1. «Цилиндр»

Цели: закрепление понятий: цилиндр, площадь боковой, полной поверхности; способствовать развитию математического мышления, формировать умения анализировать, сравнивать, обобщать.

Оборудование: модели цилиндра, тесты, калькулятор, линейки, карандаши.

Методические указания.

Цилиндр — геометрическое тело, образованное двумя кругами, не лежащими в одной плоскости и совмещаемые параллельным переносом, и всеми отрезками параллельных прямых, соединяющих соответствующие точи этих кругов.



Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, - образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.

Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.

R= AD – радиус цилиндра; **d** – диаметр.

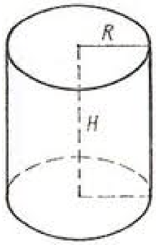
H = AB – высота;

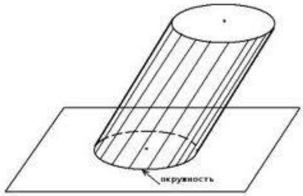
L =CD – образующая.

S = πR ^{2} - площадь круга. **d = 2R.**

C – длина окружности**. C = 2πR**

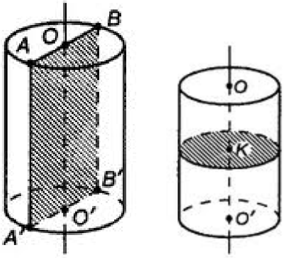
Виды цилиндров:





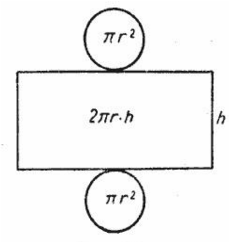
прямойнаклонный

Сечения цилиндра:



осевое сечениесечение плоскостью перпендикулярной оси

Площадь боковой поверхности прямого цилиндра вычисляется по его развёртке. Развёртка цилиндра представляет собой прямоугольник с высотой h (H) и длиной равной длине окружности основания 2πR.



Следовательно, площадь боковой поверхности цилиндра равна площади его развёртки и вычисляется по формуле: **$S_{б.п.} = 2\pi R \bullet H$**

Площадь полной поверхности находиться как сумма боковой поверхности и двух площадей основания (круга), вычисляется по формуле:

$S_{п.п.} = 2\pi R \bullet H + 2\pi R^2$

Использование цилиндров: в одежде, в быту, в технике: двигатель внутреннего сгорания, на железнодорожном транспорте, на автомобильном транспорте, в архитектуре и строительстве и т.д.

Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности цилиндра

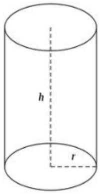
Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.

б) Для нахождения площади полной поверхности цилиндра нужно найти площадь основания цилиндра (площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности или найти как сумму площадей боковой поверхности и двух оснований.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности

Оформление работы:



Дано: цилиндр, H=12см, R=3см

Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 12 = 72\pi$(см^2)

$S_{п.п.} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2 = 72\pi + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 72\pi + 18\pi = = 90\pi$ (см^2)

2.Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.

Задания для самостоятельной работы:

1вариант

1.Выберите верное утверждение.

а) Длина образующей цилиндра называется радиусом цилиндра; б) Цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{бок} = \pi r^2 h$;

2.Задача. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания 1,25 м и высоту 1,44 м, если на один квадратный метр расходуется 0,25 кг краски (найдите с точностью до 0,1 кг)?

3.Задача. 9.Цилиндрический паровой котёл с крышкой имеет диаметр 2 м и длину 10 м. Вычислить полную поверхность котла.

2 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Радиус цилиндра не может равняться высоте цилиндра; б) Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{цил} = \pi r(h+r)$;

с) Цилиндр может быть получен в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон.

2. Задача. Высота ведра, имеющего форму цилиндра, равна 28 см, диаметр дна 20 см. Вычислить, сколько квадратных дециметров оцинкованного железа пошло на изготовление ведра, если отходы составляют 20 % от всего заготовленного железа.

3.Задача. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной 2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до 0,001.

3 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Цилиндр может быть получен в результате вращения треугольника вокруг своей стороны;

б) Длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению площади основания цилиндра на его высоту.

2.Задача. Сколько квадратных метров жести израсходовано на изготовление 1 млн. консервных банок диаметром 10 см и высотой 5 см (на швы и отходы добавить 10% материала).

3.Задача. Пизанская башня находиться в итальянском городе Пиза. Высота башни составляет 55м. Диаметр основания равен 15 м. Найти площадь боковой и полной поверхности.

Задание № 2

По теме: Объем цилиндра

Цели: закрепление понятий: цилиндр, объем цилиндра; способствовать развитию математического мышления и речи, закрепить формулу объема в процессе решения задач.

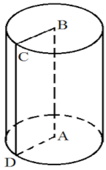
Оборудование: модели цилиндра, тесты, калькулятор, линейки, карандаши.

Методические указания.

Цилиндр — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, - образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.



Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.

R= AD – радиус цилиндра; **d** – диаметр.

H = AB – высота;

L =CD – образующая.

$S = \pi R^2$ - площадь круга. **d = 2R.**

C – длина окружности**. $C = 2\pi R$**

Плотность находится по формуле: $\rho = \frac{m}{V}$, где ***m*** — масса тела***, V*** — его объём.

Объем цилиндра вычисляется по формуле: $V = \pi R^2 H$

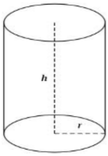
1.Задание: по данным вам моделям найти объем цилиндра.

Ход работы:

Для нахождения объема цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения объема цилиндра.

Пример: Вычислить объем цилиндра.

Оформление работы:



Дано: цилиндр, H=12см, R=3см

Найти: V

Решение: $V = \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 108\pi$ (см^3)

2. **Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.**

Задания для самостоятельной работы:

1вариант

1. Выберите верное утверждение.

а) Объём цилиндра равен половине произведения площади основания на высоту;

б) Объём цилиндра вычисляется по формуле $V = \pi S/2$, где S – площадь осевого сечения цилиндра;

в) длина окружности равна **$C = 2\pi D$**

2.Задача. Сколько тонн бензина можно хранить в цистерне цилиндрической формы, если ее диаметр 5 м, длина3 м.? плотность бензина 0,7г\см.

3.Задача. Сколько литров побелки надо налить в емкость для краскопульта диаметром 20 см и высотой 60 см.

2 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) объём равностороннего цилиндра равен $V = 2\pi R^3$, где R – радиус основания цилиндра; б) объём цилиндра равен**:** $V = \pi R^2 H$

в) длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

2.Задача. Сколько бочек высотой 1,5 м и диаметром 0,8 м нужно, чтобы разлить в них содержимое цистерны длиной 4,5 м и диаметром 1,6 м?

3.Задача. 25 м медной проволоки имеют массу 100,7 г. Найдите диаметр проволоки, если плотность меди 8,9 г/см^3.

3 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) объём цилиндра вычисляется по формуле $V = Mh/2$, где M – площадь боковой поверхности цилиндра, а h – его высота;

б) длина окружности равна $C = 2\pi R$,

в) площадь круга равна $S = \pi R^2$.

2. **Задача**. Сколько весит километр железной телеграфной проволоки толщиной 4 мм, если известно, что 1 кубический сантиметр железа весит 8 г?

3.Задача. Сколько в связке электродов для электросварки, если их общая масса 10 кг, а каждый электрод – кусок стальной проволоки длиной 45 см и диаметром 6 мм? Плотность стали 7600 кг/м^3.

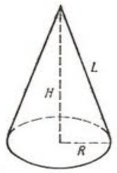
Задание №3 Конус

Цели: закрепление понятий: конус, площадь полной поверхности конуса, воспитание познавательной активности, показать применение конуса в различных областях, развитие логического мышления.

Оборудование: модели конуса, линейки, карандаши, калькулятор.

Методические указания.

Конусом называется тело, которое состоит из круга - основание конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга – вершины конуса, и всех отрезков, соединяющихвершину конуса с точками основания.



Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется **образующей конуса (ℓ).**

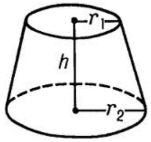
Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется **высотой конуса (H).**

R – радиус основания.

Круговой конус — конус, основание которого является кругом.

Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса)

Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется **усечённым конусом**.

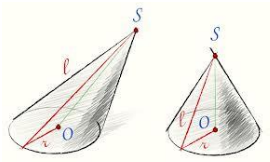


Площадь боковой поверхности усеченного конуса –

$S_{бок} = \pi\ \ell\ (r_1 + r_2)$.

где r_1 – радиус верхнего основания, r_2 - радиус нижнего основания.

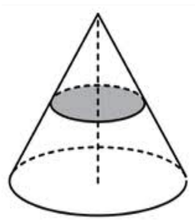
Виды конусов:

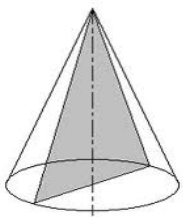


наклонный прямой

Боковая поверхность конуса можно вычислить по формуле: $\mathbf{S_{б.п.} = \pi R \ell}$, где R — радиус основания, ℓ — длина образующей.

Полная поверхность конуса равна сумме площадей боковой поверхности и площади основания:$\mathbf{S_{п.п.} = \pi R \ell + \pi R^2}$.





Сечения конуса:

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением** (сечением является равнобедренный треугольник)

Сечение плоскостью перпендикулярной оси конуса:(сечением является круг).

Применение конусов.

Знания о конусе широко применяются в быту, производстве и науке. Например, мы используем ведра, имеющие форму усеченного конуса; крыши старинных замков похожи на конусы; для переливания жидкостей мы берем воронку, которая также имеет форму усеченного конуса. Во время спортивных соревнований, ограждения для движения в автошколах применяют спортивные фишки.

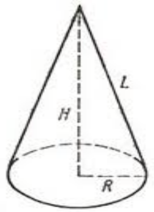
Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности.

Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности конуса нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса . б) Для нахождения площади полной поверхности конуса нужно найти площадь основания конуса площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности.

Оформление работы:



Дано: конус, H=10см, R=6см, ℓ= 11,6см

Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.} = \pi R\ell = \pi \bullet 6 \bullet 11,6 = 69,6\pi$ (см^2)

$S_{п.п.} = \pi R\ell + \pi R^2 = \pi \bullet 6 \bullet 11,6 + \pi \bullet 6^2 = 105,6\pi$ (см^2)

2. Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Выберите верное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения равностороннего треугольника вокруг его стороны;

б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса;

в) разверткой боковой поверхности усеченного конуса является круг;

2.Задача. Высота конуса равна15 см, а образующая 16 см. Найдите радиус конуса.

3.Задача. Сколько квадратных метров брезента потребуется для сооружения палатки конической формы? Высотой 1,5м и радиусом 2 м?

2 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

б) конус называется равносторонним, если его осевое сечение – правильный треугольник.

в) Площадь боковой поверхности конуса может быть вычислена по формуле $S_{бок.} = \pi r(r + \ell)$;

2.Задача. Образующая конуса, равна 8 см, наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.Задача. Коническая крыша башни имеет диаметр 6 м и высоту 2 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 м х 1,4 м, а на швы и обрезки тратиться 10% от площади крыши?

3 вариант

1.**Выберите верное утверждение**

а) сечение конуса, проходящее через ось, есть круг;

б) конус получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

в) осевым сечением усеченного конуса является прямоугольник.

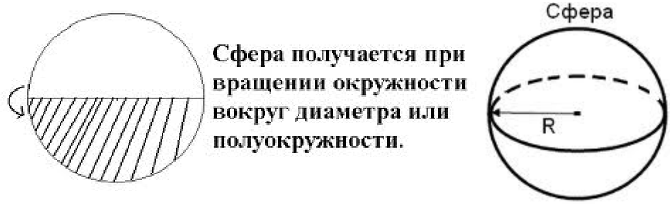
2.Задача. Осевое сечение конуса – правильный треугольник, со стороной 2r . Найти площадь сечения проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 60°

3.Задача. **.**Сколько потребуется краски, для того чтобы покрасить пожарное ведро, если на 100см² необходимо затратить 10г? Радиусом 20 см, а высотой 45 см.

Задание № 4. « Шар » Цели: закрепление понятий: шар, сфера, площадь сферы, сечения, продолжить формирование навыков решения задач с использованием теоретического материала; развивать творческую активность учащихся.

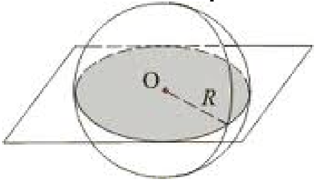
Оборудование: модели шара (клубки), плакат с формулами площади сферы, линейки, карандаши, калькулятор.

Методические указания. Сфера — замкнутая поверхность, геометрическое место точек в пространстве, равноудалённых от данной точки, называемой центром сферы. Сфера также является телом вращения, образованным при вращении полуокружности вокруг своего диаметра. Сфера является поверхностью шара.



Шар - это тело, ограниченное сферической поверхностью. Можно получить шар, вращая полукруг (или круг) вокруг диаметра.

Сечения шара



Наибольший круг лежит в сечении, проходящем через центр шара, и называется большим кругом. Его радиус равен радиусу шара. Все плоские сечения шара – круги.

Площадь сферы: $S_{сферы} = 4\pi \cdot R^2$, R – радиус шара.

Длина окружности: $C = 2\pi R$, $\mathbf{S = \pi R^2}$ **- площадь круга**

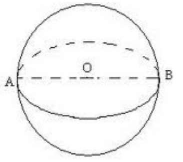
В мире все течет, все изменяется, но неизменно одно: у природы нет прямого угла. Идеальная форма – шар. Форму шара имеет не только Земля, но и другие планеты Солнечной системы. В царстве растений и животных распространены шарообразные формы.

Задание: по данным вам моделям найти площадь сферы.

Ход работы:

1.Для нахождения площади сферы нужно нитью клубка измерить «экватор», т.е длину окружности большого круга. Выразить из формулы длины окружности радиус и подставить в формулу площади сферы.

Пример:



Дано: шар, C= 15см.

Найти: $S_{сферы}$

Решение: длина окружности вычисляется по формуле:

$C = 2\pi R$, отсюда найдем $R = C/2\pi = 15/2 \cdot 3,14 = 2,39$см

$S_{сферы} = 4\pi \cdot R^2 = 4\pi \cdot 2,39^2 = 22,85\pi$ (см²)

Задания для самостоятельной работы:

1вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Если точка удалена от центра сферы на расстояние, больше радиуса сферы, то она не принадлежит сферы.

б) Центр сферы не принадлежит данной сфере.

в) Всякое сечение сферы плоскостью есть окружность.

2.Задача .Сколько квадратных метров шелковой материи надо взять для приготовления оболочки воздушного шара диаметром 12 м, если на швы надо прибавить 5% материала?

3.Задача. На позолоту 1 кв. м купола идет 1 г золота. Сколько потребуется золота, чтобы позолотить купол окружностью 20 м? Форма купола – полусфера.

2 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг диаметра.

б) Тело, ограниченное сферой, называется шаром.

в) Всякое сечение сферы есть круг.

1.**Задача**. На окраску шара диаметром 1,5 дм расходуется 50 г краски. Сколько краски требуется для окраски шара диаметром 3 дм?

3.Задача.Сколько метров шелковой материи шириной 1,1 м надо для изготовления воздушного шара, радиус которого 2 м? На соединение и отходы идет 10% материала.

3 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Сфера является поверхностью шара.

б) Всякое сечение сферы плоскостью есть круг.

в) Радиус любого сечения сферы плоскостью не больше радиуса сферы.

2.Задача. Сколько потребуется краски, чтобы покрасить шар диаметром 22,4 м, если на окраску 1 м^{2}уходит 120г краски?

3. Задача .Сколько квадратных метров шелковой материи надо взять для приготовления оболочки воздушного шара диаметром 10 м, если на швы надо прибавить 7% материала?

Практическаяработа№8. Тригонометрические функции. Графики тригонометрических функций. Решение тригонометрических уравнений.

Цель: закрепить умения использовать тригонометрические функции при решении уравнений.

Решение задач по теме: «Синус, косинус, тангенс и котангенс числа».

I вариант.

1. Выразите в градусной мере величину угла: $\frac{3\pi}{5}$.
2. Выразите величину угла в радианах: $15°$.
3. Найдите знак произведения, используя правило знаков по четвертям: $\sin 65° \cdot \cos 100° \cdot tg 40°$.
4. Вычислите значение выражения: $\sin\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}$.
5. Найдите значение функции $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

II вариант.

1. Выразите в градусной мере величину угла: $\frac{2\pi}{3}$.
2. Выразите величину угла в радианах: $36°$.

3. Найдите знак произведения, используя правило знаков по четвертям: $\sin 140° \cdot \cos 35° \cdot tg150°$.

4. Вычислите значение выражения: $\sin\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}$.

5. Найдите значение функции $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

***Методические рекомендации:* Формулы приведения для тригонометрических функций**

Формулы приведения – это формулы, позволяющие упростить сложные выражения тригонометрической функции.

Правило приведения:

1. Если тригонометрическая функция имеет угол
$\pi + t$, $\pi - t$, $2\pi + t$, $2\pi - t$ то значение тригонометрической функции остаётся тем же
2. Если тригонометрическая функция имеет угол
$\pi/2 + t$, $\pi/2 - t$, $3\pi/2 + t$, $3\pi/2 - t$ то значение тригонометрической функции изменяется
3. Определить знак тригонометрической функции

Пример 1: Преобразовать выражение $\cos(\pi + t)$.

Решение.

Следуем правилу:

1) Выражение не имеет дроби – значит, функция остается прежней:
$\cos(\pi + t) = \cos t$.

2) Осталось определиться со знаком полученной функции.

Если предположить, что аргумент t больше нуля и меньше $\pi/2$, то $\pi + t$ – это аргумент третьей четверти (то есть отмерили полукруг от точки А, а потом еще прошли дугу t длиной меньше $\pi/2$ и оказались в третьей четверти). А в третьей четверти косинус имеет знак минус. Значит, после преобразования наша функция обрела следующий тождественный вид:

$\cos(\pi + t) = -\cos t$.

Пример 2: Надо преобразовать выражение $\sin(3\pi/2 - t)$.

Решение.

Следуем правилу:

1) Выражение имеет дробь – поэтому функция меняется на обратную:
$\sin(3\pi/2 - t) = \cos t$

2) Теперь выясним, с каким знаком должно быть наше приведенное выражение. Снова предположим, что $0 < t < \pi/2$. Тогда аргумент $3\pi/2 - t$ находится в третьей четверти. А в третьей четверти преобразуемая функция синус имеет знак минус. Значит, наше новое тождественное выражение тоже со знаком минус:

$\sin(3\pi/2 - t) = -\cos t$.

Задания для самостоятельной работы:

на оценку «3»

1.Выразите величины данных углов в градусах (или в радианах) соответственно:

1). $\frac{\pi}{10}$, 150^0, $\frac{2\pi}{5}$; 2). $\frac{\pi}{20}$, 15^0, $\frac{5\pi}{6}$; 3). 18^0, $\frac{\pi}{15}$, 225^0; 4). 24^0, $\frac{\pi}{9}$, 240^0.

2. Упростите:

1). $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)\cos(2\pi - \alpha)$; **2).** $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)\cos(\pi + \alpha)$;

3). $\cos(2\pi + \alpha)\,\mathrm{Sin}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$; **4).** $tg(\frac{3\pi}{2} + \alpha)\,tg(\pi - \alpha)$;

5). $\frac{\mathrm{Sin}(270^0-\alpha)tg(180^0-\alpha)}{tg(180^0+\alpha)\cos(180^0-\alpha)}$; **6).** $\frac{\sin(270^0+\alpha)\,c\,tg(270^0-\alpha)}{ctg(270^0+\alpha)}$;

7). $\sin(180^0 - \alpha) + \cos(90^0 + \alpha) - tg(360^0 - \alpha) + ctg(270^0 - \alpha)$;

8). $\sin(90^0 - \alpha) - \cos(180^0 - \alpha) + tg(180^0 - \alpha) - ctg(270^0 + \alpha)$;

9). $\sin\alpha + \cos\alpha \mathrm{tg}\alpha$;**10)**.$\sin\alpha \mathrm{ctg}\alpha + \cos\alpha$.

3. Вычислите:

1).$\sin\alpha$ и $\mathrm{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}6$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

2).$\cos\alpha$ и $\mathrm{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

3). $\sin 225^0$ - $\cos 315^0$;

4).$\sin 330^0$ - $\cos 240^0$;

5). $\sin 390^0 \sin 150^0$;

6).$\cos 390^0 \mathrm{ctg}\, 120^0$;

7).$\mathrm{tg} 240^0 \mathrm{tg}\, 210^0$;

На оценку «4»

1. Упростите:

1). $4\cos(270^0 + \alpha)$ - $7\cos\alpha tg(180^0 - \alpha)$ +$\mathrm{Sin}(180^0 - \alpha)$;

2).$\sin(-300^0) + \cos(-225^0)$+$\mathrm{tg}(-330^0)$+ $\mathrm{ctg}\,(-240^0)$.

Решение тригонометрических уравнений.

Цель1) закрепить навыки преобразования тригонометрических уравнений;

2) закрепить навыки применения формул тригонометрии к решению задач

Методические рекомендации:

Определение. Тригонометрическим уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком тригонометрических функций.

Простейшими тригонометрическими уравнениями являются уравнения вида

$$\sin x = a,$$

$$\cos x = a,$$

$$tgx = a,$$

$$ctgx = a.$$

Уравнение $\sin x = a$.

Так как множество значений функции $y = \sin x$ - отрезок [-1;1], то данное уравнение разрешимо тогда и только тогда, когда

$$|a| \le 1.$$

Далее, из-за периодичности функции $y = \sin x$, каждому значению a соответствует бесконечное множество решений. Поэтому все решения описываются формулами:

$$\begin{cases} x_1 = \arcsin a + 2\pi k \\ x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi k, \ k \in Z \end{cases}$$

или обобщенной формулой

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \ k \in Z.$$

Заметим, что $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

Рассмотрим частные случаи, к которым обычно приходят в процессе решения данного уравнения:

a	$\sin x = a$
0	$x = \pi k$

1	$x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k$
-1	$x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k$

Пример. Решить уравнение $\sin x=\dfrac{1}{2}$.

Решение. $x=(-1)^k\arcsin\left(\dfrac{1}{2}\right)+\pi k,\ k\in Z$ $\Rightarrow$ $x=(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $x=(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$.

Уравнение $\cos x=a$.

Данное уравнение имеет тогда и только тогда, когда

$$|a|\le 1.$$

Множество решений записывается в виде

$$x=\pm\arccos a+2\pi k,\ k\in Z.$$

Заметим, что $\arccos(-a)=\pi-\arccos a$.

Рассмотрим частные случаи, к которым обычно приходят в процессе решения данного уравнения:

a	$\cos x=a$
0	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$
1	$x=2\pi k$
-1	$x=\pi+2\pi k$

Пример. Решить уравнение $\cos x=\dfrac{1}{2}$.

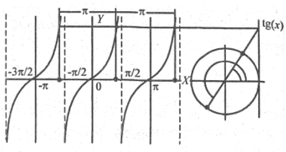
Решение. $x=\pm\arccos\dfrac{1}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ $\Rightarrow$ $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$.

Уравнение $tgx=a$.

Данное уравнение разрешимо при любом a. Все решения задаются формулой

$$x=arctga+\pi k,\ k\in Z.$$



Заметим, что $arctg(-a) = -arctga$.

Пример. Решить уравнение $tgx = \sqrt{3}$.

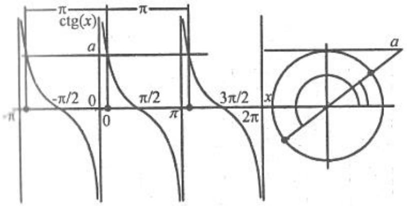
Решение. $x = arctg\sqrt{3} + \pi k,\ k \in Z \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in Z$.

Уравнение $ctgx = a$.

Данное уравнение разрешимо при любом a. Все решения задаются формулой

$$x = arcctga + \pi k,\ k \in Z.$$



Особо отметим некоторые частные случаи, к которым обычно приходят в процессе решения данного уравнения:

Заметим, что $arcctg(-a) = \pi - arcctga$.

Пример1. Решить уравнение $ctgx = \sqrt{3}$.

Решение. $x = arcctg\sqrt{3} + \pi k,\ k \in Z \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

Пример 2. Решить уравнения: а) cos(x/5)=1 б)tg(3x- π/3)= √3

Решение:

а) В этот раз перейдем непосредственно к вычислению корней уравнения сразу:x/5= ± arccos(1) + 2πk. Тогда x/5= πk => x=5πk

Ответ: x=5πk, где k – целое число.

б) Запишем в виде: 3x- π/3=arctg(√3)+ πk. Мы знаем что: arctg(√3)= π/3

3x- π/3= π/3+ πk => 3x=2π/3 + πk => x=2π/9 + πk/3

Ответ: x=2π/9 + πk/3, где k – целое число.

Пример 3. Решить уравнения: а) sin(3x)= $\sqrt{3}/2$

Решение:

а) Обозначим 3x=t, тогда наше уравнение перепишем в виде:sin(t)=1/2.

Решение этого уравнения будет: t= $(-1)^n$arcsin(√3 /2)+ πn.

Из таблицы значений получаем: t= $(-1)^n$π/3+ πn.

Вернемся к нашей переменной: 3x = $(-1)^n$π/3+ πn,тогда x= $(-1)^n$π/9+ πn/3

Ответ: x= $(-1)^n$π/9+ πn/3, где n-целое число.

Пример 4. Решить уравнения: cos(4x)=$\frac{\sqrt{2}}{2}$. И найти все корни на отрезке [0; π].

Решение:

Решим в общем виде наше уравнение: $4x= \pm \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}+ 2\pi k$

$4x= \pm \pi/4 + 2\pi k$; $x= \pm \pi/16+ \pi k/2$;

Посмотрим какие корни попадут на отрезок.

При $k=0$, $x= \pi/16 \in [0; \pi]$.

При $к=1$, $x= \pi/16+ \pi/2=9\pi/16 \in [0; \pi]$.

При $k=2$, $x= \pi/16+ \pi=17\pi/16$ не $\in [0; \pi]$.

Ответ: $x= \pi/16$, $x= 9\pi/16$.

Для решения тригонометрических уравнений применяют метод ввода новой переменной и метод разложения на множители.

Пример 5. Решить уравнение: $3tg^2(x) + 2tg(x) - 1 = 0$

Решение:

Для решения уравнения воспользуемся методом ввода новой переменной, обозначим: $t=tg\ x$.

В результате замены получим: $t^2 + 2t -1 = 0$

Найдем корни квадратного уравнения: $t=-1$ и $t=1/3$

Тогда $tg(x)=-1$ и $tg(x)=1/3$, получили простейшее тригонометрическое уравнение, найдем его корни.

$x=arctg(-1) +\pi k= -\pi/4+\pi k$; $x=arctg(1/3) + \pi k$.

Ответ: $x= -\pi/4+\pi k$; $x=arctg(1/3) + \pi k$.

Пример 6. Решить уравнение $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$.

Решение. Это уравнение является квадратным относительно $\cos x$. Поэтому сделаем замену $\cos x = t$. В результате получим уравнение $t^2 + t - 2 = 0$. Его корни: $t_1 = 1,\ t_2 = -2$, то есть получаем уравнение $\cos x = 1$ или $\cos x = -2$. Первое уравнение дает $x = 2\pi k,\ k \in Z$. Второе уравнение не имеет корней.

Ответ: $x = 2\pi k,\ k \in Z$.

Пример 7. Решить уравнение $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$.

Решение. Так как $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, то уравнение можно представить в виде $6(1 - \sin^2 x) + 5\sin x - 7 = 0$; $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$. Сделаем замену $t = \sin x$. Получим квадратное уравнение $6t^2 - 5t + 1 = 0$, решая которое, имеем: $D = 25 - 6\cdot 4 = 1,\ t_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12}$,то есть $t_1 = \frac{1}{2},\ t_2 = \frac{1}{3}$.

Таким образом, получим два простейших уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = \frac{1}{3}$. Решая их, имеем $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$ или $x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k;\ (-1)^k \arcsin\frac{1}{3} + \pi k,\ k \in Z$

Пример 8. Решить уравнение: $2\sin^2 x + 3 \cos x = 0$

Решение:

Воспользуемся тождеством: $\sin^2 x + \cos^2 x=1$.

Наше уравнение примет вид: $2-2\cos^2 x + 3 \cos x = 0$.

$2 \cos^2 x - 3 \cos x -2 = 0$.

Введем замену $t=\cos x$: $2t^2 -3t - 2 = 0$.

Решением нашего квадратного уравнения являются корни: $t=2$ и $t=-1/2$.

Тогда $\cos x= 2$ и $\cos x=-1/2$.

Т.к. косинус не может принимать значения больше единицы, то $\cos x=2$ не имеет корней.

Для $\cos x=-1/2$: $x= \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k$; $x= \pm 2\pi/3 + 2\pi k$

Ответ: x= ±2π/3 + 2πk

Задания для самостоятельной работы

1) Решить уравнения:

а) sin 7x= ½ б) cos 3x= √3/2 в) cos(-x) = -1 г) tg 4x = √3 д) ctg 0.5x = -1.7

2) Решить уравнения: sin 3x = √3/2. И найти все корни на отрезке [π/2; π].

3) Решить уравнение: $ctg^2 x + 2ctg\, x + 1 = 0$

4) Решить уравнение: $3 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$

5) Решить уравнение: $3\sin^2 3x + 10 \sin 3x \cos 3x + 3 \cos^2 3x = 0$

6)Решить уравнение: $\cos^2 2x - 1 - \cos x = \sqrt{3}/2 - \sin^2 2x$

Задания для самостоятельной работы

Графики тригонометрических функции

-задание 1-3 стр 224 Алгебра и начала анализа Ш.А.Алимов

Практическая работа №8.Производная и её применение.

Цель: систематизация знаний по теме.

Методические рекомендации:

Пусть функция y = f(x) определена в промежутке X. *Производной* функции y = f(x) в точке x_0 называется предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Если этот предел *конечный,* то функция f(x) называется *дифференцируемой* в точке x_0 ; при этом она оказывается обязательно и непрерывной в этой точке.

Если *c* - постоянное число, и u = u(x), v = v(x) - некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие правила дифференцирования:

1) (c) ' = 0, (cu) ' = cu';

2) (u+v)' = u'+v';

3) (uv)' = u'v+v'u;

4) $(u/v)' = (u'v-v'u)/v^2$;

На основе определения производной и правил дифференцирования можно составить список табличных производных основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = nx^{n-1}$

2. $(a^x)' = a^x \ln a$.

3. $(e^x)' = e^x$.

4. $(\log_a x)' = 1 /(x \ln a)$.

5. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

6. (sin x)' = cosx.

7. (cos x)' = - sinx.

8. $(tg\, x)' = 1/ \cos^2 x$.

9. $(ctg\, x)' = - 1 / \sin^2 x$.

Пример 1:

Вычислить производную функции $y = 5x^2 + 3x + 4$

Решение:

$$y' = \left(5x^2 + 3x + 4\right)' =$$

[Используем третье правило дифференцирования $(u \pm v)' = u' \pm v'$]

$$= \left(5x^2\right)' + \left(3x\right)' + 4' =$$

[Для первого и второго слагаемого следуем применить четвертое правило дифференцирования $\left(const \cdot f\left(x\right)\right)' = const \cdot f'\left(x\right)$]

[для третьего слагаемого используем правило $const' = 0$, для первого и второго - табличную производную $(x^n)' = nx^{n-1}$]

$$= 5 \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 3 \cdot 1 \cdot x^{1-0} + 0 = 10 \cdot x + 3$$

2. $((2x^2-3)\cdot(5x-2))' = 4x(5x-2) + 5(2x^2-3) = 30x^2 - 8x - 15$

3. $\left(\frac{5x+3}{x^2-2x}\right)' = \frac{5(x^2-2x)-(2x-2)(5x+3)}{(x^2-2x)^2} = \frac{6-5x^2-6x}{(x^2-2x)^2}$

4. $\left(\sqrt{3x^8-7x}\right)' = \frac{24x^7-7}{2\sqrt{3x^8-7x}}$

Задания для самостоятельной работы

1. Вычислите значение производной в заданных точках:

$f(x) = (4x^2-5x)^3$ при $x = 1$

Ответ: 9

2.Решите уравнение $f'(x) = 0$

$f(x) = x^3 - 6x^2 - 63x$

Ответ:7;-3.

3.Решите уравнение $f'(x) = 0$

$f(x) = 3x - 5x^2 + x^3$

Ответ: $3; \frac{1}{3}.$

4.Решите уравнение $f'(x) = 0$, если

$f(x) = x^3 - 6x^2 - 63x$

5.Вычислите $f'(-2)$, если

$f(x) = \frac{2-3x}{1+2x^2}$

6.Найдите производную функции:

1. $f(x) = 4x - 3^x + 5x^2 - 7{,}1$
2. $f(x) = \frac{1+2x^4}{4x-2}$

7.Найдите значение производных в заданных точках:

1. $f(x) = (2x^2+3x)\cdot(4x^3+1)$ при $x = -1$
2. $f(x) = (3x^2-5x^5+2)^3$ при $x = 1$

8.Решите уравнение $f'(x) = 0$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$

Общая схема исследования функции

- Найти область определения функции. Выделить особые точки (точки разрыва).
- Проверить наличие вертикальных асимптот в точках разрыва и на границах области определения.
- Найти точки пересечения с осями координат.
- Установить, является ли функция чётной или нечётной.

● Определить, является ли функция периодической или нет (только для тригонометрических функций, остальные непериодические, пункт пропускается).

● Найти точки экстремума и интервалы монотонности (возрастания и убывания) функции.

● Найти точки перегиба и интервалы выпуклости-вогнутости.

● Найти наклонные асимптоты функции.

● Построить график функции.

Алгоритм исследования функции на возрастание и убывание.

1. Найти Д(f). 2. Найти f'(x).

3. Найти стационарные точки, т.е. точки, где f'(x) = 0 или f'(x) не существует. (Производная равна 0 в нулях числителя, производная не существует в нулях знаменателя)

4. Расположить Д(f) и эти точки на координатной прямой.

5. Определить знаки производной на каждом из интервалов

6. Применить признаки. 7. Записать ответ.

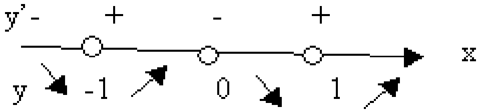
-Найти промежутки возрастания функции

$y=x^4-2x^2$

$y'=4x^3-4x$

$4x^3-4x>0$

$4x(x^2-1)>0$



Ответ: [- 1 ; 0], [1 ; ∞)

Задания для самостоятельной работы

Задание № 2.

Тема: Исследование функции и построение графиков.

Цель: Исследовать функцию по первой производной, построить ее график. Ответить на вопросы по графику.

1 вариант

1. Исследуйте функцию по первой производной и постройте ее график.

$y=x^3 – 3x – 1$.

2. Ответьте по графику на вопросы.

- Область определения функции?
- Множество значений Функции?
- Это четная или нечетная функция?
- Это периодичная функция?
- Нули функции?
- Промежутки знакопостоянства?
- Промежутки возрастания и убывания функции?
- Точки максимума и минимума?
- Максимум и минимум функции?

2 вариант

1. Исследуйте функцию по первой производной и постройте ее график.

$y=2x^3 – 6x + 2$.

2. Ответьте по графику на вопросы.

- Область определения функции?
- Множество значений Функции?

- Это четная или нечетная функция?
- Это периодичная функция?
- Нули функции?
- Промежутки знакопостоянства?
- Промежутки возрастания и убывания функции?
- Точки максимума и минимума?
- Максимум и минимум функции?

Практическая работа № 9. Вычисление первообразных. Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления площади фигур.

Цель: Закреплениезнаний по вычислению первообразных, определенного интеграла и площади криволинейной трапеции.

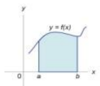
Формула Ньютона-Лейбница

Пусть функция f(x) непрерывна на замкнутом интервале [a,b]. Если F(x) - первообразная функции f(x)на [a,b], то. $\int_a^в f(x) = F(x)\Big|_a^в = F(b) - F(a)$

Площадь криволинейной трапеции

Площадь фигуры, ограниченной осью Ох, двумя вертикальными прямыми x=a, x=b и графиком функцииf(x) (рисунок 1), определяется по формуле

$S=.\int_a^в f(x) = F(x)\Big|_a^в = F(b) - F(a)$



Пример1.

Вычислить значение определенного интеграла $\int_1^3 x^2 dx$ *по формуле Ньютона-Лейбница.*

Решение.

Для начала отметим, что подынтегральная функция y=x^2 непрерывна на отрезке*[1;3]*, следовательно, интегрируема на нем. (Об интегрируемых функциях мы говорили в разделе функции, для которых существует определенный интеграл).

Из таблицы неопределенных интегралов видно, что для функцииy=x^2 множество первообразных для всех действительных значений аргумента (следовательно, и дляx $\in [1;3]$ записывается как$F(x) = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$ +C.

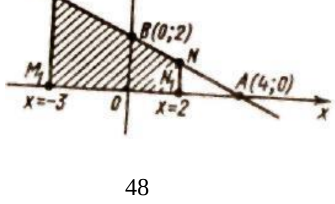
Возьмем первообразную при *C = 0*:$F(x) = \frac{x^3}{3}$.

Теперь осталось воспользоваться формулой Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла:

$\int_1^3 x^2\, dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{26}{3}$

Пример2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

x + 2y – 4 = 0, y = 0, x = -3, и x = 2



Выполним построение фигуры (см. рис.) Строим прямую x + 2y – 4 = 0 по двум точкам A(4;0) и B(0;2). Выразив y через x, получим y = -0,5x + 2. По формуле (1), где f(x) = -0,5x + 2, а = -3, в = 2, находимS = 11,25 кв. ед

Пример 3 . Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

x – 2y + 4 = 0, x + y – 5 = 0 и y = 0.

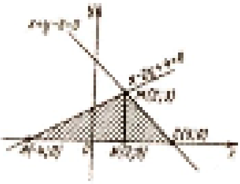
Решение. Выполним построение фигуры.

Построим прямую x – 2y + 4 = 0: y = 0, x = - 4, A(-4; 0); x = 0, y = 2, B(0; 2).

Построим прямую x + y – 5 = 0: y = 0, x = 5, C(5; 0), x = 0, y = 5, D(0; 5).

Найдем точку пересечения прямых, решив систему уравнений:

x = 2, y = 3; M(2; 3).



Для вычисления искомой площади разобьем треугольник AMC на два треугольника AMN и NMC, так как при изменении x от A до N площадь ограничена прямой , а при изменении x от N до C - прямой

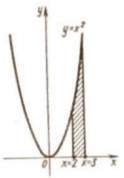
Для треугольника AMN имеем: ; y = 0,5x + 2, т. е. f(x) = 0,5x + 2, a = - 4, b = 2.

Для треугольника NMC имеем: y = - x + 5, т. е. f(x) = - x + 5, a = 2, b = 5.

Вычислив площадь каждого из треугольников и сложив результаты, находим:

S= 9 + 4, 5 = 13,5 кв. ед.

Пример 4 . Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, y = 0, x = 2, x = 3.

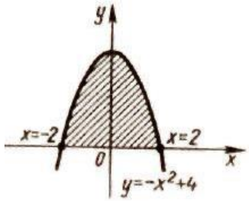


В данном случае требуется вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной параболой $y = x^2$, прямыми x = 2 и x = 3и осью Ох(см. рис.) По формуле находим площадь криволинейной трапеции

S = 6кв. ед.

Пример 5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = - x^2 + 4$ и y = 0



Выполним построение фигуры. Искомая площадь заключена между параболой $y = - x^2 + 4$ и осью Ох.

Найдем точки пересечения параболы с осью Ох. Полагая y = 0, найдем х.

Так как данная фигура симметрична относительно осиОу, то вычислим площадь фигуры, расположенной справа от оси Оу, и полученный результат удвоим: = 2 кв. ед.

Задания для самостоятельной работы

Вычислить одну из первообразных функции

1. № 988-992 стр.291-292 учебник Алгебра и начала анализа Алимов Ш.А.
2. Вычислить определенный интеграл

-№ 1004- 1011 стр.299 - 300 учебник Алгебра и начала анализа Ш.А.Алимов

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = x^2 + 3x$ и y = 0 2. $y = 6x – x^2$ и y = x + 4
3. $y = x^2 - 4x + 3$ и y = 0
4. $y = 4 – x^2$ и y = x + 2
5. $y = x^2 + 2$ и y = 6
6. $y = x^2 – 6x +9$; $y = x^2 + 4x + 4$; y = 0;
7. $y = 8x - 4x^2$ и y = 0
8. $y = x^2$ и y = 4x – 3

9. $y = x^2$ и $y = -3x$
10. $y = x^2 - 6x + 9$; $y = x^2 + 4x + 4$; $y = 0$;

Практическая работа №10. Элементы комбинаторики и основы теории вероятности.

Цель: закрепление навыка по решению простейших комбинаторных задач.

Рассмотримнекоторое множество X,состоящее из n элементов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Будем выбирать из этого множества различные упорядоченные подмножества Y из k элементов.

Размещением из n элементов множества X по k элементам назовем любой упорядоченный набор $(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k})$ элементов множества X.

Если выбор элементов множества Y из X происходит с возвращением, т.е. каждый элемент множества X может быть выбран несколько раз, то число размещений из n по k находится по формуле n^k (размещения с повторениями).

Если же выбор делается без возвращения, т.е. каждый элемент множества X можно выбирать только один раз, то количество размещений из n по k обозначается A_n^k и определяется равенством $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$ (размещения без повторений).

Пример. Пусть даны шесть цифр: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Определить сколько трехзначных чисел можно составить из этих цифр.

Решение. Если цифры могут повторяться, то количество трехзначных чисел будет $m = n^k = 6^3 = 216$. Если цифры не повторяются, то $m = A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Пример. Студенты института изучают в каждом семестре по десять дисциплин. В расписание занятий включаются каждый день по 3 дисциплины. Сколько различных расписаний может составить диспетчерская?

Решение. Расписание на каждый день может отличаться либо предметами, либо порядкомрасположенияэтих предметов, поэтому имеем размещения: $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$.

Частный случай размещения при n=k называется перестановкой из n элементов.

Числовсехперестановокиз n элементовравно $A_n^n = P_n = n!$.

Пример. 30 книг стоит на книжной полке, из них 27 различных книг и одного автора три книги. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?

Решение. Будем считать три книги одного автора за одну книгу, тогда число перестановок будет P_{28}. А три книги можно переставлять между собой P_3 способами, тогда по правилу произведения имеем, что искомое число способов равно: $P_3 * P_{28}$ =3!*28!

Пусть теперь из множества X выбирается неупорядоченное подмножество Y (порядок элементов в подмножестве не имеет значения).

Сочетаниями из n элементов по k называются подмножества из k элементов, отличающиеся друг от друга хотя бы одним элементом. Общее число всех сочетаний из n по k обозначается C_n^k и равно

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}.$$

Справедливы равенства: $C_n^0 = 1$, $C_n^n = 1$, $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Пример. В группе из 27 студентов нужно выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Так как порядок студентов не важен, используем формулу для числа сочетаний: $m = C_{27}^3 = \frac{27!}{3!24!} = \frac{27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2925$.

Еще наглядно с картинками и примерами про основные формулы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания) и их применение для решения задач здесь: Формулы комбинаторики.

При решении задач комбинаторики используют следующие правила:

Правило суммы. Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A, либо B можно m + n способами.

Правило произведения. Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана m*n способами.

Пример1. Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое туфель. Сколько нарядов может иметь студентка?

Решение. Пусть сначала студентка выбирает блузку. Этот выбор может быть совершен четырьмя способами, так как студентка имеет четыре блузки, затем пятью способами произойдет выбор юбки и тремя способами выбор туфель. По принципу умножения получается 4*5*3=60 нарядов (комбинаций).

Задача2.Сколько трёхзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1,2,3,4,5,6, если цифры могут повторяться?

Решение: Например число ABC A взять любую цифру(кроме 0),то есть 6, вместо B взять-7 цифр, вместо C только 2,4,6,0,то есть 4.

Получаем 6*7*4=168.

Ответ:168.

Задача № 3. В семье – 6 человек, а за столом в кухне – 6 стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?

Решение: Для удобства пронумеруем стулья №1-6 и будем считать, что будут рассаживаться поочерёдно. С начало 6 вариантов, потом 5, далее 4, 3,2,1. По правилу умножения:6*5*4*3*2*1=720.

Таким образом, семья может играть почти 2 года.

Ответ:720.

Задания для самостоятельной работы

Комбинаторика

Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз.

2. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

3. Сколькими способами можно выбрать 2 детали из ящика, содержащего 10 деталей?

4. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?

5. В нашем распоряжении есть три различных флага. На флагштоке поднимается сигнал состоящий не менее, чем из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается.

6. В карточке игры «Русское лото» нужно зачеркнуть 6 чисел от 1 до 99. Сколькими способами это можно сделать?

7. Сколько различных имен — отчеств можно составить из имен Надежда, Иван, Андрей, Наталья, Дмитрий, Людмила, Александр?

8. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Вероятность:

1. В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартных.

2. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

3. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

4. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих, 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

5. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую 0,35. Найти вероятность, того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую область, либо во вторую.

6. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: а) на каждой из выпавших граней появиться пять очков. Б) на всех выпавших гранях появиться одинаковое количество очков.

7. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием 0,8, а вторым 0,7.

8. Имеется 3 ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Список литературы

Основные источники:

1. **Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс,** Ш.А. Алимов. Москва, Просвещение, 2016.
2. **Математика**. И, Д. Пехлецкий. И. Москва. Академия 2018
3. **Математика. Геометрия.** М.И. Башмаков И. Москва. Академия 2017.
4. **Математика** Григорьев В.П. Сабурова Т.Н. И. Москва Академия 2017.